UNIVERIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS

MATERIA: ANÁLISIS NUMÉRICO

GUÍA DE EJERCICIOS

“PROBLEMAS DE VALOR INICIAL PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS CON EL MÉTODO DE MULTIPASOS”

1. Utilizar Adams-Bashforth de dos pasos para aproximar $y(0.4)$, con $h = 0.2$. Se dan los valores iniciales:

$$y' = x + y, y(0) = 1, y(0.2) = 1.2214$$

$$Objetivo\text{: } y(0.4)$$

- $f_0 = f(0,1) = 1$
- $f_1 = f(0.2,1.2214) = 1.4214$
- $y_2 = y_1 + h\left[\frac{3}{2}f_1 - \frac{1}{2}f_0\right]$
- $= 1.2214 + 0.2[1.5 \cdot 1.4214 - 0.5 \cdot 1]$
- $= 1.54782$

$$y(0.4) \approx 1.54782$$

2. Aplicar Adams-Bashforth de tres pasos para estimar $y(0.6)$ con $h = 0.2$:

$$y' = y^2 - x, y(0) = 0, y(0.2) = 0.02, y(0.4) = 0.083$$

$$Objetivo\text{:}\ y(0.6)$$

- $f_0 = f(0,0) = 0$
- $f_1 = f(0.2,0.02) = (0.02)^2 - 0.2 = -0.1996$
- $f_2 = f(0.4,0.083) = (0.083)^2 - 0.4 \approx -0.39311$
- $y_3 = y_2 + h\left[\frac{23}{12}f_2 - \frac{16}{12}f_1 + \frac{5}{12}f_0\right]$
- $= 0.083 + 0.2[1.916666 \cdot (-0.393111) - 1.333333 \cdot (-0.1996)]$
- ≈ -0.014466

$$\approx y(0.6) \approx -0.014466$$

3. Aplicar Adams-Bashforth de tres pasos para calcular $y(0.6)$, con $h = 0.2$.

$$y' = e^{x+y}, y(0) = 0, y(0.2) = 0.025, y(0.4) = 0.072$$

$$Objetivo: y(0.6)$$

- $f_0 = e^{(0+0)}$
- $f_1 = e^{(0.2+0.025)}$
- $f_2 = e^{(0.4+0.072)}$

$Predicción\ AB - 3$:

- $= 1.000000$
- $= 1.252323$
- $= 1.603197$
- $y_3 = y_2 + \frac{h}{12}[23f_2 - 16f_1 + 5f_0]$
- $= 0.072 + \frac{0.2}{12}[23 \cdot 1.603197 - 16 \cdot 1.252323 + 5 \cdot 1.000000]$
- $= 0.435940$

$$\approx y(0.6) \approx 0.435940$$

4. Utilizar el método predictor-corrector con Adams-Bashforth de tres pasos y Adams-Moulton de tres pasos para hallar $y(0.6)$, con $h = 0.2$.

$$y' = \frac{y - x^2}{1 + y^2}, y(0) = 1, y(0.2) = 1.034, y(0.4) = 1.098$$

$$Objetivo: y(0.6)$$

- $f_0 = 0.50000$
- $f_1 = 0.480389$
- $f_2 = 0.425280$

$Predicción\ AB - 3$:

- $y_3^* = 1.174587$
- $f_3^* = 0.342313$

$Corrección\ AM - 3$:

- $y_3 = y_2 + \frac{h}{24}[9f_3^* + 19f_2 - 5f_1 + f_0]$
- $= 1.098 + \frac{0.2}{24}[9 \cdot 0.342313 + 19 \cdot 0.425280 - 5 \cdot 0.480389 + 0.500000]$
- $= 1.175160$

$$\approx y(0.6) \approx 1.175160$$

5. Estimar $y(0.8)$ usando Adams-Bashforth de cuatro con $h = 0.2$:

$$y' = \frac{x + y}{x + 1}, y(0) = 1, y(0.2) = 1.18, y(0.4) = 1.44, y(0.6) = 1.79$$

$$Objetivo\text{: } y(0.8)$$

- $f_0 = 1.000000$
- $f_1 = 1.150000$
- $f_2 = 1.314286$
- $f_3 = 1.493750$
- $AB - 4\text{: } y_4 = y_3 + \frac{h}{24}[55f_3 - 59f_2 + 37f_1 - 9f_0]$
- $= 1.79 + \frac{0.2}{24}[55 \cdot 1.493750 - 59 \cdot 1.314286 + 37 \cdot 1.150000 - 9 \cdot 1.000000]$
- $= 2.108028$

$$\approx y(0.8) \approx 2.108028$$

6. Utilizar Adams-Bashforth de dos pasos con $h = 0.1$ para calcular $y(0.3)$.

$$y' = \tan(x + y)\,, y(0) = 0.5, y(0.1) = 0.59, y(0.2) = ?$$

$$Objetivo\ intermedio\!:\ y(0.2); final\!: y(0.3)$$

- $f_0 = \tan(0 + 0.5) = 0.546302$
- $f_1 = \tan(0.1 + 0.59) = 0.825336$

$Paso\ a\ 0.2\ (AB - 2)$:

- $y_2 = y_1 + \frac{h}{2}[3f_1 - f_0]$
- $= 0.59 + \frac{0.1}{2}[3 \cdot 0.825336 - 0.546302]$
- $= 0.686485$
- $f_2 = \tan(0.2 + y_2) = 1.225766$

$Paso\ a\ 0.3\ (AB - 2)$:

- $y_3 = y_2 + \frac{h}{2}[3f_2 - f_1]$
- $= 0.686485 + \frac{0.1}{2}[3 \cdot 1.225766 - 0.825336]$
- $= 0.829083$

$$\approx y(0.3) \approx 0.829083$$

7. Se desea aproximar el valor de $y(0.8)$ de la siguiente ecuación diferencial, utilizando paso $h = 0.2$, con el método multipasos de Adams-Bashforth de 4 pasos.

$$y' = y - x^2 + 1, y(0) = 0.5$$

$$y(0) = 0.5\ (valores\ iniciales\ 0.2 - 0.6\ por\ RK - 4)$$

- $y(0.0) = 0.50000$
- $y(0.2) = 0.829293$
- $y(0.4) = 1.214076$
- $y(0.6) = 1.648922$
- $f_0 = 1.500000$
- $f_1 = 1.789293$
- $f_2 = 2.054076$
- $f_3 = 2.288922$

$AB - 4\ para\ y(0.8)$:

- $y_4 = y_3 + \frac{h}{24}[55f_3 - 59f_2 + 37f_1 - 9f_0]$
- $= 1.648922 + \frac{0.2}{24}[55 \cdot 2.288922 - 59 \cdot 2.054076 + 37 \cdot 1.789293 - 9 \cdot 1.500000]$
- $= 2.127289$

$$\approx y(0.8) \approx 2.127289$$